



TUPC 2023 解説



結果

優勝 + オンサイト優勝: **Time in Sendai** さん (1410点, 332:00)

(square1001 さん, E869120 さん, Hemimor さん)

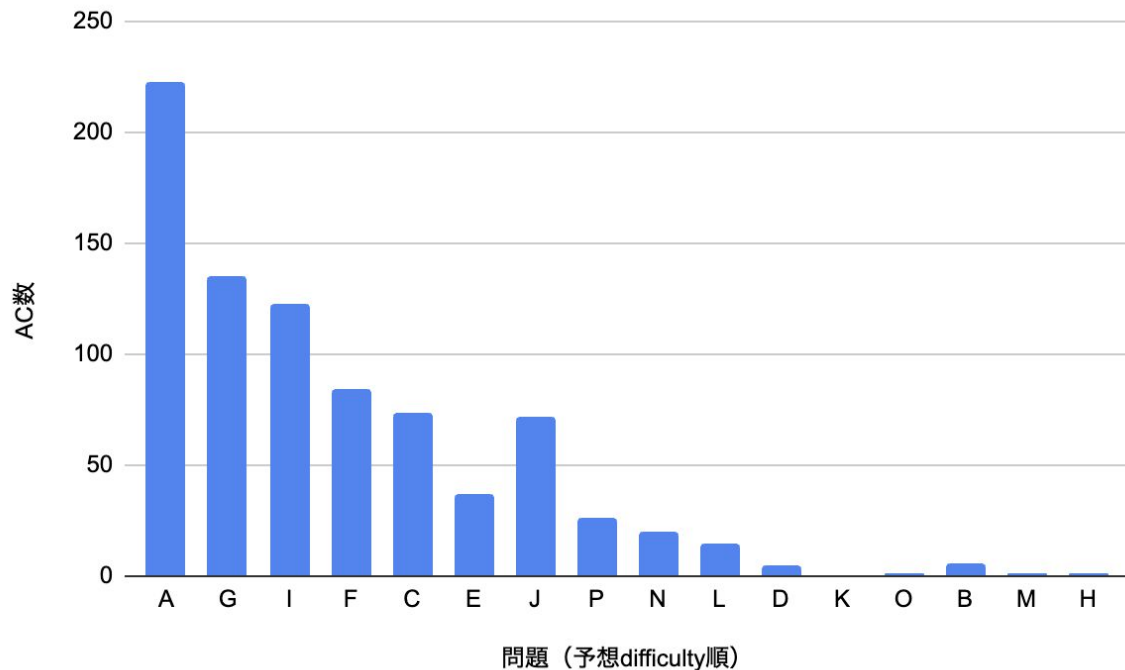
おめでとうございます！！！！



各問題のFA

問題	全体FA	オンサイトFA
A	AMATSUKAZE (1:14)	TUPC2023 (1:23)
B	Kude (134:47)	アルゴリズムのお友だち (171:15)
C	tritr (13:28)	Time in Sendai (22:04)
D	SPJ (176:07)	Time in Sendai (209:03)
E	アルゴリズムの男たち (34:36)	Time in Sendai (89:37)
F	vipls (18:19)	tatyam_marunage (27:28)
G	east1016 (5:41)	TUPC2023 (18:34)
H	hamamu (274:53)	
I	Speed Star (5:27)	tatyam_marunage (12:07)
J	noshi91 (23:49)	Time in Sendai (37:24)
K		
L	合言葉 (61:10)	OshinoAI (233:04)
M	Time in Sendai (258:47)	Time in Sendai (258:47)
N	Nyaan (21:11)	アルゴリズムのお友だち (99:56)
O	Time in Sendai (131:33)	Time in Sendai (131:33)
P	アルゴリズムの男たち (85:52)	TUPC2023 (105:38)

問題の難易度



予想: writer / tester 陣の予想 difficulty の平均
実際: atcoder-standing-difficulty-analyzer

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
予想	244	2817	1617	2540	1900	1350	913	3250	1050	2025	2750	2417	2920	2271	2771	2129
実際	388	2914	1560	2978	2033	1453	1027	3437	1111	1582	-	2515	3437	2367	3437	2228



A -Namboku / Tozai Line

writer : Dispersion

tester : toam, kotatsugame, heno239



問題概要

- 2次元平面上に N 個の都市がある。
- 各都市の位置 (x_i, y_i) と人口 p_i が与えられる。
- 都市を一つ選び十字型に地下鉄を敷設するとき、利用者数を最大化せよ。



解法

- 都市 i を選択すると利用者数は
 $(x = x_i \text{ 上の総人口}) + (y = y_i \text{ 上の総人口}) - p_i$
と書ける。
- $(x = a \text{ 上の総人口})$ や $(y = b \text{ 上の総人口})$ を事前に計算しておけば、
上の値は $O(1)$ time で求まる。



B - 012Grid

writer : karinohito

tester : sotanishy, kotatsugame, heno239



問題概要

- Gridに0,1,2を書き込む.
- 右, 下, 右下との差は0か1
- 盤面のサイズは結構でかめ.



解法 (部分点)

- $DP[w][i][j]$: 左から w 行目まで決めて, w 行目の上から i マスが0, 上から j マスが1となる書き込み方の総数
- $DP[w][a][b]$ から $DP[w+1][c][d]$ へ遷移出来るかは, a, b, c, d の大小関係だけで分かる
- 計算量は $O(WH^4)$ など.

解法 (満点)

- 左下と右上が1という仮定がある場合.....
- 経路問題に帰着→LGV公式

0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1

0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
0	1	1	2	2	2
1	1	1	2	2	2

解法 (満点)

- 一般の場合.....
- 1を書き込む範囲(長方形)を決め打ち→立式して畳み込み.

$O(\max(H,W)\log(\max(H,W)))$

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	2	2
0	0	1	1	2	2
0	1	1	2	2	2

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1
1	1	1	1	2	2
2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2



C - Topological Sort

writer : toam

tester : sotanishy, kotatsugame, heno239



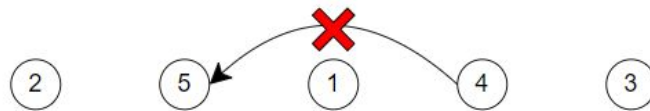
問題概要

- 長さ N の順列 P が与えられる
- N 頂点の有向グラフであって、辞書順最小トポロジカル順序が P となるものを数え上げよ

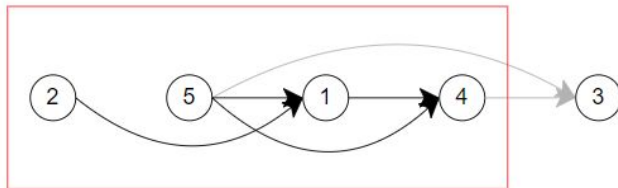
解法

左から順番に頂点 $P[1], P[2], \dots, P[N]$ を並べて考える

- 考察 1. 左方向の矢印は存在しない

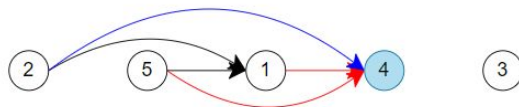


- 考察 2. 頂点 $P[1], \dots, P[i]$ までの間にある辺だけのグラフの辞書順最小トポロジカル順序が $P[1], \dots, P[i]$ と一致する
 - $P[i+1]$ 以降の頂点を追加しても, $P[i]$ までのトポロジカル順序は変えられない



解説

- 左にある頂点から順に, 辺の入り方を考える



- 2 -> 5 -> 1 と並ぶことはすでに決まっている
- 頂点 5 から頂点 4 には有向パスが必要
 - 5 -> 4 か 1 -> 4 の少なくとも一方が必要
- 2 -> 4 はあってもなくてもよい
- 頂点 4 への辺の入り方は $(2^2-1) \times 2^1 = 6$ 通り
- すべての頂点に対して辺の入り方の個数を求めて, それらの積が答え



余談

サンプルでだましてごめんなさい

出力例1

[Copy](#)

4

出力例2

[Copy](#)

1024

出力例3

[Copy](#)

4096

問題	得点	人数	正解率	平均ペナ	ペナ率
A	-	152 / 164	92.68%	0.12	10.37%
B	-	0 / 2	0.00%	1.00	100.00%
C	-	6 / 33	18.18%	1.09	87.88%



D - Shift Grid

writer : toam

tester : karinohito, kotatsugame, heno239



問題概要

- 二つの $N \times N$ のマス目 S, T があり, 各マスは白 or 黒で塗られている
- S に対して以下の操作が行える
 - ある行を選んで, 右方向に 1 マス巡回シフトする
 - ある列を選んで, 下方向に 1 マス巡回シフトする
- N^3 回以内の操作で一致できるか? できるなら操作手順を一つ見つけよ



解法 (部分点)

- S の操作後の状態数は高々 $2^{(N^2)}$ 通り
- $N \leq 4$ なので BFS で全探索が可能

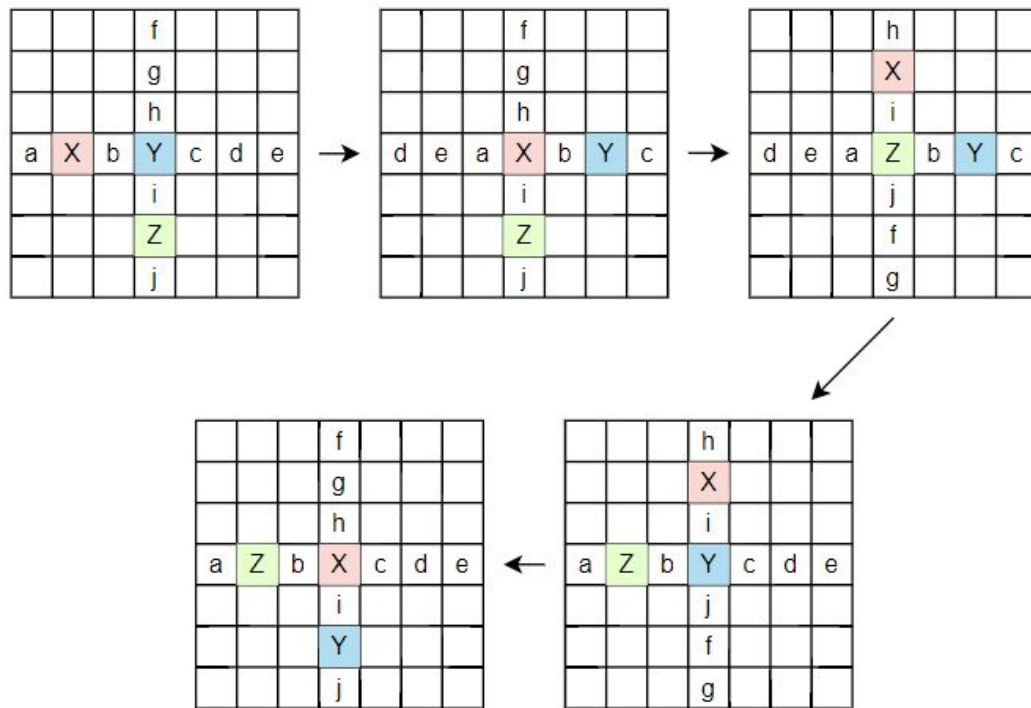


解法 (満点)

- “#” の個数が違うときは明らかに不可能
- それ以外のときは可能
- 想定解方針: 2 点 swap
- $2N$ 手で 2 点 swap が可能 $\rightarrow$ 2 点 swap を高々 $N^2/2$ 回行うことで一致させることができる
- 操作回数は $2N \times N^2/2 = N^3$ 以下になる

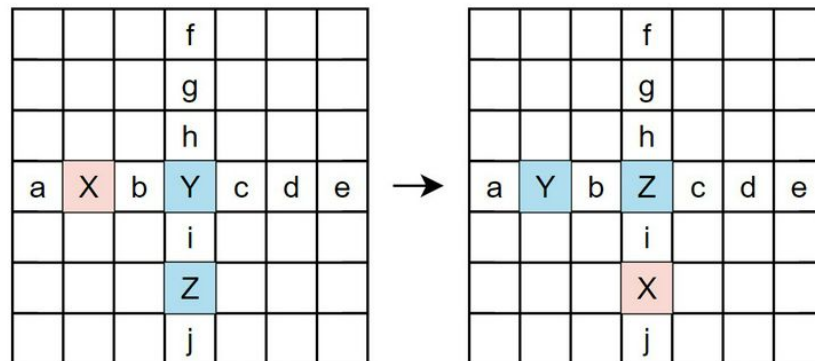
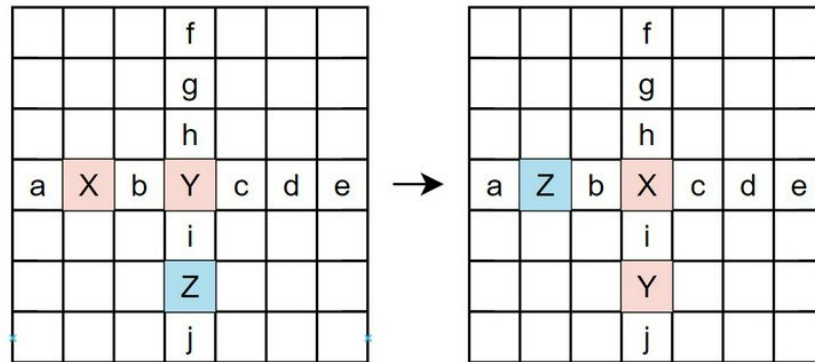
解法 (满点)

- 3 点 rotate



解法 (満点)

- 3点 rotate を利用した 2点 swap





余談

- 3点 rotate はパズル界隈では知られている手法らしい (by tester)
 - https://note.com/so_ra_64/n/nb72e6117fde1
 - 例えば「トーラスパズル」と調べると上の記事が見つかる



E - And DNA

writer : sotanishy

tester : toam, kotatsugame, heno239



問題概要

長さ N の, $0-M$ の整数列で以下を満たすものの個数を数えよ

$$A_i + (A_{i-1} \& A_{i+1}) = M$$



解法: 最下位 bit で場合分け → 再帰

$M = 0$: 答えは1

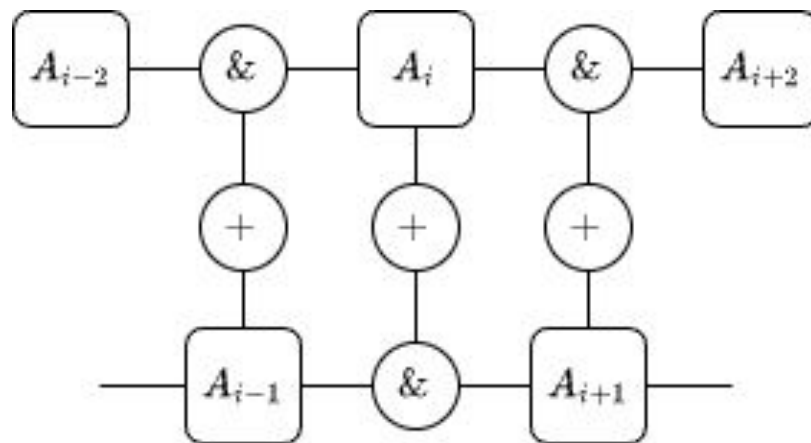
$M = 1$: 行列累乗

$M \geq 2$ の偶数: Aはすべて偶数またはすべて奇数 → $M/2$ と $M/2-1$ に帰着

$M \geq 3$ の奇数: 繰り上がりなし → 1 と $(M-1)/2$ に帰着

背景

- 回文
- DNAに見えなくもない→





F - Hotel

writer : karinohito

tester : nonon, kotatsugame, heno239

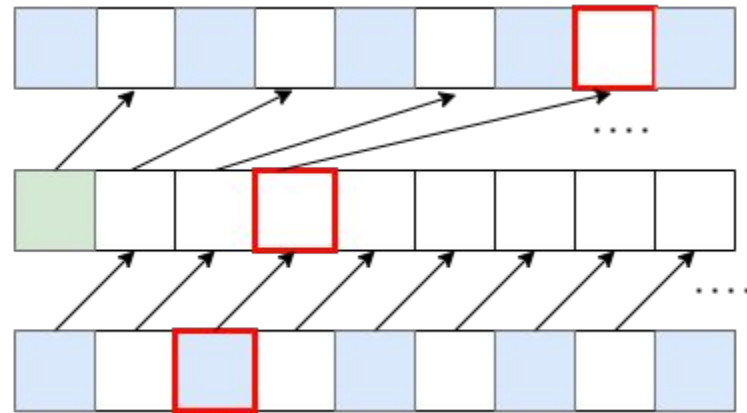


問題概要

- 数列に対してクエリ
- 先頭に1要素追加/項と項の間に要素追加/出力

解法

- 出力クエリが来るたびにクエリをさかのぼり、目的の項が数列に追加されたタイミングを逆算していく。
- クエリ1を纏めてさかのぼる。クエリ2をさかのぼる回数は高々 $O(\log \max(x))$ 回
- 全体で $O(Q \log \max(x))$





元ネタ Hilbertの無限ホテル

- 満室のホテルがある状況を考える
- ホテルの部屋数が有限→当然それ以上客室は提供できない!
- ホテルの部屋数が無限(ここでは簡単のために1,2,3,...と部屋番号を付けられる事を仮定する.)
 - 1号室の人を2号室に, 2号室の人を3号室に,...,n号室の人をn+1号室に,...
とすると, 1号室が空くので新たに1部屋提供できる.
 - 1号室の人を2号室に, 2号室の人を4号室に,...,n号室の人を2n号室に,...
とすると, 奇数号室が空くので新たにたくさんの部屋を提供できる



G - Min Nim

writer : sotanishy

tester : toam, kotatsugame, heno239



問題概要

- 石の山を用いたゲーム
- 山を一つ選んで一つ以上の石を取る
- 選んだ山に残る石の個数が, 全体の**最小値**になるように操作



解法

Nが奇数のとき: **先手必勝**

- 最初の操作で0をつくれればよい

Nが偶数のとき: **最小値の個数の偶奇**

- 0をつくったら負ける + 全部 1 にしたら勝てる
 - 状態は, すべての山から石を 1 個除いたものと等価
 - 最小値が 0 になるまで除いてよい



H - Count Pseudo-Palindromes

writer : sotanishy

tester : toam, karinohito, Dispersion, kotatsugame, heno239



問題概要

- $1-N$ が2個ずつ現れる数列 A が与えられる
- 各 $i=1, 2, \dots, 2N$ について, 次を満たす連続部分列を数えよ
 - i を index として含む
 - **A_i を中心とする擬回文である**
(並べ替えて, A_i を中心とする回文にできる)



擬回文の特徴づけ

定義(**良い擬回文**):

奇数長の擬回文で, prefix/suffix に偶数長の擬回文を持たないもの

奇数長の擬回文 = 「偶数長の擬回文 + **良い擬回文** + 偶数長の擬回文」

- 偶数長の擬回文の個数はハッシュで求まる
- 良い擬回文を列挙できればよい(たかだか $4N$ 個)



解法

良い擬回文の右端を決めると, 中心と左端の候補は一意に定まる
(詳細はAtCoder上の解説)

時間計算量は**期待 $O(N)$** (「期待」はハッシュマップ由来)



余談: 作問背景

- もともと, 中心ごとではなく総数を求める設定
- writer が $O(N (\log N)^2)$ 解法を生やす
- toam が $O(N)$ 解法 (想定解) を生やす
→ 制約が大きくなる
- 他テスター陣が $O(N\sqrt{N})$ や $O(N \log N)$ 解法をたくさん生やす
 - 制約を上げても落とせない
 - 考察量を $O(N)$ 解法に近づけるため, 中心ごとに数え上げさせる



I - Maximize Array

writer : torii

tester : sotanishy, kotatsugame, heno239



問題概要

- 長さ N の数列 A と正整数 K が与えられる
- A の長さ K の連続部分列を削除する操作を好きなだけ行える
- 操作後の数列を辞書順最大化せよ



解法

- 操作後の数列の 1 番目の要素は, 最初の A の $A[1], A[K+1], A[2K+1], \dots$ のいずれか
- $A[1], A[K+1], A[2K+1], \dots$ の最大値を M として, $A[iK+1]=m$ となる最小の i を j としたとき, 1 番目の要素を $A[jK+1]$ にするのが最適
- 2 番目以降も同様の方針で決めていけばよい
- $A[i], A[K+i], A[2K+i], \dots$ の累積 max 等を前計算で求めておくと $O(N)$ で解ける



J - Colored Complete Graph

writer : milkcoffee

tester : sotanishy, toam, Dispersion, kotatsugame,
heno239

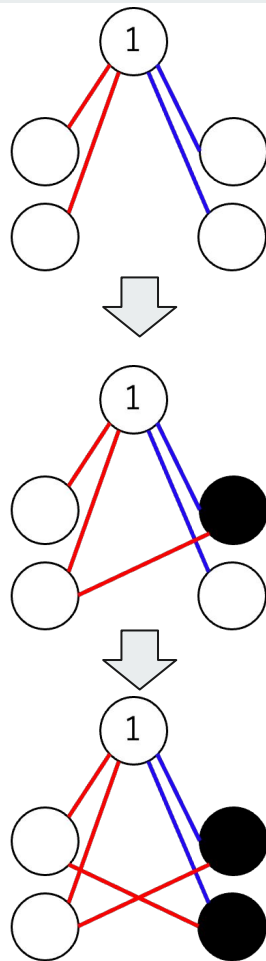


問題概要

- (インタラクティブ)
- N 頂点の完全グラフがある。
- 各辺は **赤** か **青** で塗られているが、色は不明。
- $2N$ 回まで 辺を 1 つ選びその辺の色を質問することができる。
- 全ての辺が同じ色の全域木を見つける。

解法

- 頂点 1 と繋がっている辺の色を全て質問する。
- 頂点 1 と赤で繋がる頂点、青で繋がる頂点を1つずつ選び、その間の辺の色を質問する。
- 異なる色の辺が繋がっている頂点は選べなくなる。
- 最終的に全ての辺が同じ色の全域木が見つかる。





$K - (\text{mod } HW + 1)$

writer : Dispersion

tester : karinohito, toam, kotatsugame, heno239



問題概要

- $H \times W$ マスに $1, 2, \dots, HW$ を一つずつ書き込む。
- どの 2×2 マスを選んでも、(4つの整数の積) $\equiv R \pmod{HW+1}$ にしたい。
- そのような構築は可能か？できるなら、その一例を示す。

解法 (部分点その 1 : $H = W = 4, R = 8$)

- 上側と左側の計 7 マスを決めると、残りの盤面は一意に定まる。
- よって、この 7 マスに入る数を全探索すればよい。
- 計算量は $16P7 \times 9 \div 5 \times 10^8$ とか (手元で計算して埋め込めば OK)

1	2	3	7
5			
4			
14			



1	2	3	7
5	11	13	8
4	9	12	6
14	10	16	15

解法 (部分点その 2: $N = H = W$)

- $N^2 + 1$ が合成数のとき
ほとんどの場合 No。 **$N=3$ のみ Yes**

1	2	3
4	5	6
7	8	9

- $N^2 + 1$ が素数のとき
mod P 上の掛け算 $\rightarrow$ 原始根を取ると **mod $P-1$ 上の足し算に帰着**
 2×2 マスの和が $s \pmod{N^2}$ になるように $0 \sim N^2 - 1$ を書き込む方法はあるか？
 - $s \equiv 2 \pmod{4}$ のときのみ存在
 - **適当な s での構築 + 全要素を 1 増やす**、で構築可能



解法 (満点)

- $HW + 1$ が合成数のとき

適切に評価すると Yes になりうる (H, W, R) の候補が少ないと分かる

→ 入出力例 2 を見つつ、**根気強く構築** する

- $HW + 1$ が素数のとき

2×2 マスの和が $s \pmod{HW}$ になるように書き込めるか？を考える

- H, W どちらも偶数 → $s \equiv 2 \pmod{4}$ のみ。部分点と同様
- H, W の**一方が奇数** → 実は**すべての s で構築可能！**



余談: 問題設定の変化

- (2 年前) 2×2 マスの積が等しい, $N \times N$ マスの盤面はあるか？
→ 素数の存在より No
- (1 年半前) 積 $(\text{mod } P)$ が等しい盤面はあるか？ → 未解決
- (1 年前) 積 $(\text{mod } N^2 + 1)$ が等しい盤面の構築
— — —
- (準備期間) 積が $R \pmod{N^2 + 1}$ に等しい盤面の構築
- (tester チェック中) $H \times W$ マスへの拡張 by toam



L - Random Mex

writer : n_o_n_o_n

tester : toam, sotanishy, karinohito, kotatsugame,
heno239



問題概要

- 0 以上 M 未満の整数をランダムに N 個選ぶ
- 選んだ値の mex の期待値を求める
- テストケースがたくさん



解法 (部分点)

- $DP[i][j]$: 各要素が 0 以上 i 未満のときに mex が j となるような A の個数
- 長さは N で固定
- 遷移は $DP[i][j] = DP[i][j+1] + DP[i-1][j]$
- 他にもいろいろな解法がある



解法 (満点)

- 以下の操作を考える
- $1, \dots, N$ のボールを $0, \dots, M-1$ の箱に入れる
- 空である箱のうち, もっとも番号の小さいものを i として $j < i$ を選び, 箱 j のボールを箱 M に移す
- 逆操作を考えれば箱 M が空でなく, 少なくとも 1 つの箱が空であるボールの入れ方と等しくなる



解法 (満点)

- これは $(M+1)^N - M^N - (M+1)!S(N, M+1)$ 通り
- スターリング数と階乗を前計算することでテストケースあたり $O(\log N)$
- 最後の式はFPSでも導出できる



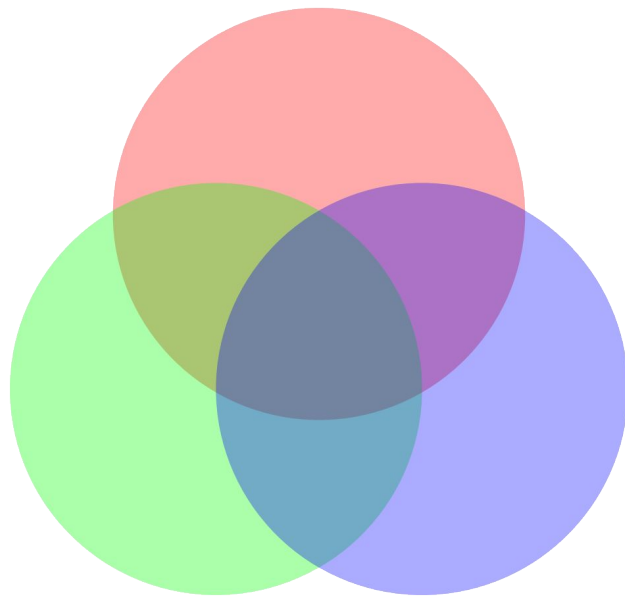
M - Vivid Colors

writer : Dispersion

tester : sotanishy, toam, karinohito, kotatsugame,
heno239

問題概要

- N 個の色の RGB 値 (r_i, g_i, b_i) が与えられる。
- 色の鮮やかさを (r, g, b) の **分散** によって定義する。
- N 個から k 個の色を選び混ぜるとき、
混ぜた後の色の鮮やかさの最大値は？
 $k = 1, 2, \dots, N$ について求めよ。



解法

- とりあえず分散を式変形

$$\sigma^2 = \frac{(R - \mu)^2 + (G - \mu)^2 + (B - \mu)^2}{3}$$

- **$X^2 + Y^2$ の最大化** に帰着
→ ABC139-F「Engines」

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{27} \left((2R - G - B)^2 + (2G - R - B)^2 \right. \\ &\quad \left. + (2B - R - G)^2 \right) \\ &= \frac{1}{54} \left((3R - 3B)^2 + (\sqrt{3}(-R + 2G - B))^2 \right) \end{aligned}$$

- 伸ばす方向を固定した場合、
内積が大きい k 個を貪欲に選べばよい
→ このランキングを適切に更新していく

解法

- 残りは実装パート
(ここをさぼるのが部分点の想定解法)
- 実装方針によっては大変な目に遭います...
e. g. 一直線上に 3 点以上が乗っているケース、
浮動小数点数による誤差、
eps の設定ミス など

100	2548 Byte	AC	2116 ms	69044 KB
30	2182 Byte	WA	75 ms	5264 KB
0	2316 Byte	WA	31 ms	5304 KB
0	2294 Byte	WA	28 ms	4092 KB
0	1941 Byte	WA	46 ms	5272 KB
0	1923 Byte	WA	3317 ms	68940 KB
0	1906 Byte	CE		
30	1049 Byte	WA	2982 ms	3640 KB
0	1084 Byte	WA	9 ms	3684 KB
0	1067 Byte	CE		



余談: 作問背景

- もともとは RGB 値の設定どおり $r, g, b < 256$ であったが、
最大化する方向をランダムに選ぶ解法の提案により $r, g, b < 2e5$ に
- 乱択に強いテストケースを作るのが難しい
→ 焼きなまし法を用いたケースづくり
 - どのようなケースが強いのか、ぜひ考えてみてください



N - Do Not Turn Back

writer : n_o_n_o_n

tester : sotanishy, karinohito, toam kotatsugame, heno239



問題概要

- グラフが与えられる
- 1 から N までの長さ K の歩道のうち同じ辺を連続して通らないものはいくつあるか



解法 (部分点)

- 辺を頂点として見ることで単純な歩道の数え上げになる
- 計算量は $O(M^3 \log K)$



解法 (満点)

- 同じ辺を連続して使えないという条件がない場合は隣接行列の累乗で求まる
- この遷移のうち条件を満たさないものを引くことを考える
- 線形漸化式のような形で書くことが出来るので行列の累乗で $O(N^3 \log K)$ (詳細は AtCoder 上の解説を参照)



元ネタ 桃鉄の「いけるかな」

- 桃鉄の駅数は約300
- 各駅の次数は高々4なので部分点解法でも十分高速
- サイコロの出目が高々48なので各ステップごとに計算しても間に合う



O - 0100 Insertion

writer : milkcoffee

tester : sotanishy, toam, kotatsugame, heno239



問題概要

- 0,1,? からなる文字列の「?」を 0, 1 に置き換えて **良い文字列** となるのは何通り？
- **良い文字列** の定義:「0100」を取り除く操作を繰り返して空文字列にできる。



解法

- 文字列を逆順にして「0010」を取り除く操作の問題を考える。
- 良い文字列の必要十分条件は以下の通り。
 - 「1」が連続しない。最初2文字と最後1文字に存在しない。
 - 「0」と「1」が3:1の比率で存在する。
 - 「0」を+1,「1」を-3として考えると、
累積和の累積minが1度に2以上減ることがない。
- 「累積和」「累積min」を保持する $O(|S|^3)$ のDPで計算可能



作問背景

- 初めは「0010 Insertion」だった。
- その時点でかなり難しそうだったが、もっと難しくしよう。
→「0100 Insertion」になった。



P - Sub Brackets

writer : milkcoffee

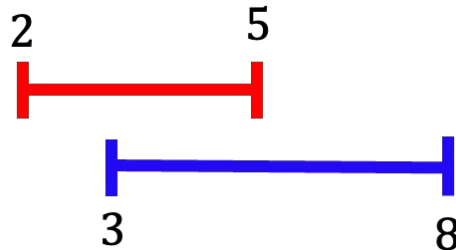
tester : sotanishy, toam, Dispersion, kotatsugame,
heno239



問題概要

- M 個の条件が与えられる。
 - 条件 i : 文字列 S の L 文字目から R 文字目までは「括弧列」である。
- 長さ N の文字列 S で、満たせる条件の個数の最大値はいくつ？

解法



- 条件 i と条件 j が同時に満たせないのは以下の両方を満たすとき。
 - L_i と L_j の偶奇が異なる。
 - 区間 $[L_i, R_i]$ と区間 $[L_j, R_j]$ が交差している。
- 各条件をグラフの頂点とし、同時に満たせない条件を辺で結ぶ。
→ 辺で隣り合わないように頂点をたくさん選ぶ(最大独立集合問題)
- L_i の偶奇の条件より、作ったグラフは二部グラフになる。
→ 二部グラフの最大マッチングで解ける。



全体テスターによる講評

kotatsugame, heno239



kotatsugame による講評

皆さんお疲れさまでした。問題の難易度は昨年と比較していかがでしたでしょうか10チーム以上に解かれた問題数はどちらも0問でしたが、部分点がいくつかあったので退屈にはならなかったのでは、と願っています。

予想と結果を比較すると、自分は問題を難しく、L問題を簡単に見積もっていたようです。

難易度推定についてO問題「0100 Insertion」の話を一つ。自分がテスターをした時点では0010 Insertion」で、実験エスパーが効く問題でした。作れる文字列を辞書順に並べるといいことがあります。ところが挿入する文字列を反転ただけでパターンが見えなくなっていました。元の問題を解いたから見えないのか、本質的に難しくなっているのか...作問の奥深さ・難易度推定の難しさを感じる出来事でした。

ところで、3月の週末はオンライン・オンサイト共にコンテストが盛りだくさんです。頑張ってください！



heno239 による講評

皆様コンテストお疲れさまでした !ITUPC全体テスターのheno239です。

今回のコンテストは幅広い難易度の問題が6問もあり、どの問題から解くべきかについて悩みやすい形となりました。コンテスト前の感想ですが、問題数が多いため難易度評価と順位表結果の差が結構大きく変わりそうで、今から楽しみです。

去年に引き続き、全体的に問題の質が非常によく、テスターとしても楽しんで全問解くことができました。私は特に(E)、N、O問題が好きでしたが、皆さんはどうだったでしょうか？~~Twitter~~ X等で感想を見るのが楽しみです。

私はかなり完成した状態のセットをもらってからテスターをしていてQ問題の0100 Insertionも今の形で貰ったのですが、まんまとはまってしまいました。また、K問題の部分点を取ってから満点を取るのに100年かかっていたので、当初0/99/100で予定されていた配点を、これだけ頑張って100点なのは可哀想なので0/100/101にしませんかと提案しました。結果的に101点までとるチームは現れたのでしょうか？現れていたらかなりびっくりします

最後になりますが、面白い問題セットを準備していただいたコンテスト運営の皆様、ならびに本日の順位表を賑やかにしていただいた皆様、ありがとうございました。これからも盛り上げていきましょう！